

# Elektrotechnik – 6. Wechselstrom II

Luft- und Raumfahrttechnik Bachelor, 1. Semester

David Straub

## 6. Wechselstrom

1. Grundlegende Begriffe und Kennwerte
2. Komplexe Wechselstromrechnung
3. Wechselstromwiderstände (Impedanz, Admittanz)
4. Grundsaltungen
5. Leistung (Wirk-, Blind-, Scheinleistung)
6. Blindleistungskompensation
7. Resonanz und Frequenzverhalten

### Grundelemente im Wechselstromkreis

Die drei Grundelemente im Wechselstromkreis sind:

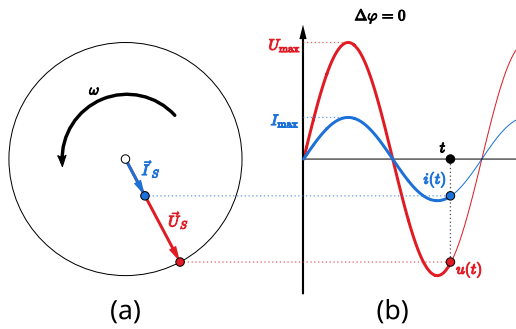
- Ohmscher Widerstand  $R$  
- Kapazität  $C$  
- Induktivität  $L$  

### Ohmscher Widerstand

Mit  $u = R \cdot i$  und sinusförmigen Verläufen folgt:

$$\hat{U} = R \cdot \hat{I}, \quad \varphi_u = \varphi_i$$

**Bei ohmschen Widerständen sind Strom und Spannung in Phase.**



## Leistung am ohmschen Widerstand

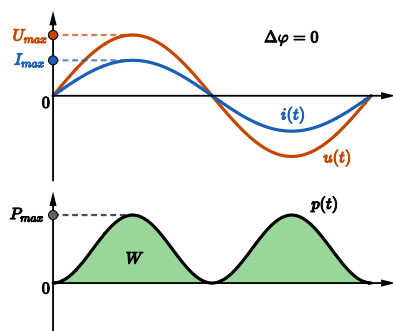
Momentanleistung (für  $\varphi_u = \varphi_i = 0$ ):

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \hat{U} \hat{I} \sin^2(\omega t) = \frac{\hat{U} \hat{I}}{2} (1 - \cos(2\omega t)) \geq 0$$

Mittlere Leistung:

$$\bar{p} = \frac{\hat{U} \hat{I}}{2} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$$

Leistung wird ständig verbraucht  $\rightarrow$  Wirkwiderstand



## Beispiel: Einphasiges Laden von E-Autos

Ein Elektrofahrzeug wird mit Wechselstrom bei  $U_{\text{eff}} = 230 \text{ V}$  und  $I_{\text{eff}} = 16 \text{ A}$  geladen:

$$P = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} = 3680 \text{ W} \approx 3,7 \text{ kW}$$

- Ladedauer für 40-kWh-Akku: ca. 11 Stunden
- Bei  $I_{\text{eff}} = 32 \text{ A}$ :  $P \approx 7,4 \text{ kW}$



Abbildung 1: bg right:40% cover

## Kondensator im Wechselstromkreis

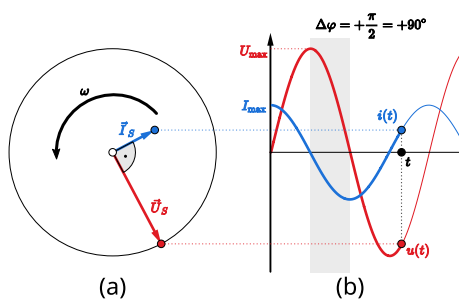
Die Änderung der Ladung ist der Strom:

$$i = \frac{dQ}{dt} = C \cdot \frac{du}{dt}$$

Einsetzen der Sinusverläufe ( $\rightarrow$  Tafel) liefert:

- Amplituden:  $\frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{1}{\omega C}$
- Phasen:  $\varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{2}$

**Am Kondensator eilt der Strom der Spannung um  $\frac{\pi}{2}$  voraus.**

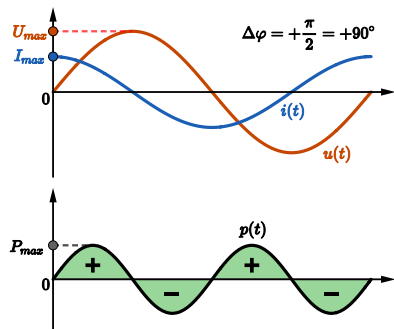


## Leistung am Kondensator

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cdot \sin(2\omega t)$$

- Positive Leistung: Aufladen; negative: Entladen
- **Mittlere Leistung:**  $\bar{p} = 0$

→ **Blindwiderstand:** Energie pendelt zwischen Quelle und elektrischem Feld



## Induktivität im Wechselstromkreis

Grundgleichung (Selbstinduktion, Kapitel 5!):

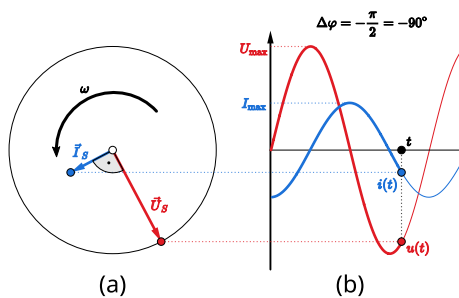
$$u = L \cdot \frac{di}{dt}$$

Einsetzen der Sinusverläufe liefert:

- Amplituden:  $\frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \omega L$
- Phasen:  $\varphi_u - \varphi_i = +\frac{\pi}{2}$

**An der Induktivität eilt die Spannung dem Strom um  $\frac{\pi}{2}$  voraus.**

Merkspruch: „Bei Induktivitäten die Ströme sich verspäten; im Kondensator eilt der Strom vor.“



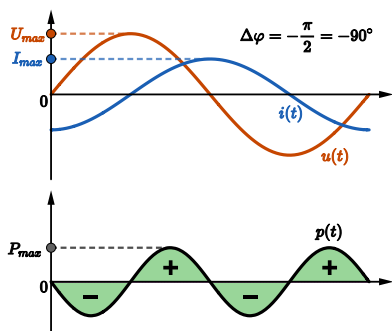
## Leistung an der Induktivität

$$p(t) = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cdot \sin(2\omega t)$$

- Positive Leistung: Aufbau des Magnetfelds; negative: Abbau

- **Mittlere Leistung:**  $\bar{p} = 0$

→ **Blindwiderstand:** Energie pendelt zwischen Quelle und Magnetfeld



## Impedanz & Admittanz

**Impedanz** (komplexer Widerstand):

$$\underline{Z} = \frac{U}{I} = \frac{U}{I} \cdot e^{j(\varphi_u - \varphi_i)}$$

**Admittanz** (komplexer Leitwert):

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$$

**Ohm'sches Gesetz, Kirchhoff, Reihen-/Parallelschaltung, Teiler, Zweipoltheorie — alles gilt weiter, nur mit komplexen Größen!**

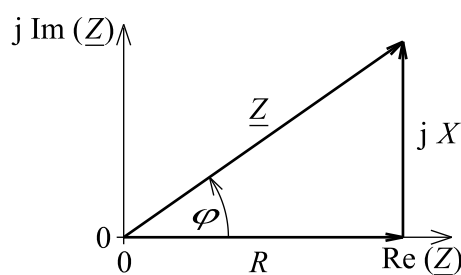


Abbildung 2: bg right:40% fit

## Impedanzen der Grundelemente

**Ohmscher Widerstand:**  $\underline{Z}_R = R$

**Kapazität** (Strom eilt vor):

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C}, \quad \underline{Y}_C = j\omega C$$

**Induktivität** (Spannung eilt vor):

$$\underline{Z}_L = j\omega L, \quad \underline{Y}_L = \frac{1}{j\omega L} = -j \frac{1}{\omega L}$$

|                 | R             | C                     | L                     |
|-----------------|---------------|-----------------------|-----------------------|
| $\underline{Z}$ | $R$           | $\frac{1}{j\omega C}$ | $j\omega L$           |
| $\underline{Y}$ | $\frac{1}{R}$ | $j\omega C$           | $\frac{1}{j\omega L}$ |

## Serienschaltung R und L

**Komplexe Maschenregel:**

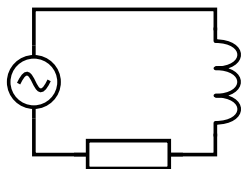
$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L = (R + j\omega L) \cdot \underline{I}$$

**Impedanz:**

$$\underline{Z} = R + j\omega L$$

**Betrag und Phase:**

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}, \quad \varphi = \arctan \frac{\omega L}{R}$$



## Parallelschaltung R und L

**Komplexe Knotenregel:**

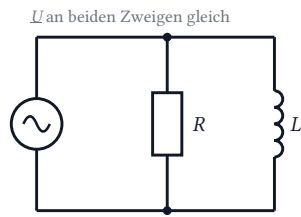
$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L = \underline{Y} \cdot \underline{U}$$

**Admittanz** (parallel → Admittanzen addieren!):

$$\underline{Y} = \frac{1}{R} - j \frac{1}{\omega L}$$

**Betrag und Phase:**

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{(\omega L)^2}}}, \quad \varphi = \arctan \frac{R}{\omega L}$$



## Serienschaltung / Parallelschaltung R und C

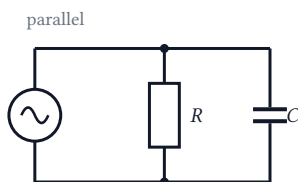
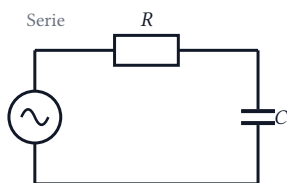
**Serie:**  $\underline{Z} = R - j \frac{1}{\omega C}$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}, \quad \varphi = -\arctan \frac{1}{\omega C R}$$

**Parallel:**  $\underline{Y} = \frac{1}{R} + j\omega C$

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C)^2}}, \quad \varphi = -\arctan(\omega C R)$$

Vorzeichen von  $\varphi$ : **kapazitiv** → **negativ**, **induktiv** → **positiv**



## Übersichtstabelle Grundsaltungen

| Schaltung    | $\underline{Z}$                                         | $\underline{Y}$                                          | $\  Z \ $                                                 | $\varphi$                       |
|--------------|---------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|---------------------------------|
| R-L Serie    | $R + j\omega L$                                         | $\frac{R - j\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$               | $\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$                               | $\arctan \frac{\omega L}{R}$    |
| R-L Parallel | $\frac{\omega L R (\omega L + jR)}{R^2 + \omega^2 L^2}$ | $\frac{1}{R} - j\frac{1}{\omega L}$                      | $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{(\omega L)^2}}}$ | $\arctan \frac{R}{\omega L}$    |
| R-C Serie    | $R - j\frac{1}{\omega C}$                               | $\frac{\omega C (\omega C R + j)}{1 + \omega^2 C^2 R^2}$ | $\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$          | $-\arctan \frac{1}{\omega C R}$ |
| R-C Parallel | $\frac{R(1 - j\omega C R)}{1 + \omega^2 C^2 R^2}$       | $\frac{1}{R} + j\omega C$                                | $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C)^2}}$           | $-\arctan \omega C R$           |



### Aufgabe 19: RL-Schaltung komplett

Eine Reihenschaltung aus  $R = 40 \, \Omega$  und einer Spule mit  $\omega L = 30 \, \Omega$  liegt an  $\underline{U} = 10 \, \text{V} \cdot e^{j0}$  (komplexer Effektivwert).

- Berechnen Sie  $\underline{Z}$  in Komponenten- und Polarform.
- Berechnen Sie den Strom  $\underline{I}$  sowie  $\underline{U}_R$  und  $\underline{U}_L$ .
- Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm** mit  $\underline{U}$ ,  $\underline{I}$ ,  $\underline{U}_R$ ,  $\underline{U}_L$  (Achsen skalieren!).
- Geben Sie für den Strom an: Effektivwert  $I$ , Amplitude  $\hat{I}$  und Phase  $\varphi_i$ .